第２講　２次方程式の解の配置

2　x の２次方程式　$x^2-(a+2)x-a+1=0$　……①　に関して，次の各問いに答えよ．

(1)　①は $x=-1$ を解にもたないことを示せ．

(2)　①が正の解と負の解を１つずつもつような a の値の範囲を求めよ．

(3)　①が異なる２つの正の実数解をもつような a の値の範囲を求めよ．

(4)　(3)のとき，小さい方の解を α とする．α のとり得る値の範囲を求めよ．

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第２講　２次方程式の解の配置

2　x の方程式 $x^2-ax+3-a=0$ について，次の各問いに答えよ．

(1)　正の解と負の解を１つずつもつような実数 a の値の範囲を求めよ．

(2)　２解がともに $\frac{1}{2}$ 以上となるような実数 a の値の範囲を求めよ．

【選択肢】

(1)　㋐　$a \geqq 3$　　㋑　$a > 3$　　㋒　$a < 3$

(2)　㋐　$2 < a < \frac{13}{6}$　　㋑　$2 < a \leqq \frac{13}{6}$　　㋒　$2 \leqq a \leqq \frac{13}{6}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第２講　２次方程式の解の配置

[2]　x の２次方程式　$x^2-(a+2)x-a+1=0$　……①　に関して，次の各問いに答えよ．

(1)　①は $x=-1$ を解にもたないことを示せ．

(2)　①が正の解と負の解を１つずつもつような a の値の範囲を求めよ．

(3)　①が異なる２つの正の実数解をもつような a の値の範囲を求めよ．

(4)　(3)のとき，小さい方の解を α とする．α のとり得る値の範囲を求めよ．

【答】　(1) 略　(2) $a>1$　(3) $0<a<1$　(4) $0<\alpha<1$

【解答】

$f(x)=x^2-(a+2)x-a+1$ とおく．

(1)　$f(-1)=4\neq 0$ より①が $x=-1$ を解にもつことはない．

(2)　$f(0)<0$ となればよい．$f(0)=-a+1<0$ より　$\boldsymbol{a>1}$

(3)　$f(x)=\left(x-\dfrac{a+2}{2}\right)^2-\dfrac{1}{4}a^2-2a$ より，$y=f(x)$ のグラフの頂点の y 座標，軸の位置，及び $x=0$ における値を考えると

$$-\frac{1}{4}a^2-2a<0 \quad かつ \quad \frac{a+2}{2}>0 \quad かつ \quad f(0)>0$$

となればよい．すなわち

$$-\frac{1}{4}a(a+8)<0 \quad かつ \quad a>-2 \quad かつ \quad -a+1>0$$

$$\therefore \quad \boldsymbol{0<a<1}$$

(4)　(3)より $0<a<1$ であるから $f(1)=-2a<0$，よって $f(x)=0$ は１より大きい解と１より小さい解を１つずつもつので　$\alpha<1$

①の解が α より

$$\alpha^2-(a+2)\alpha-a+1=0$$
$$(\alpha-1)^2=(\alpha+1)a$$

ここで α は小さい方の正の解より $\alpha>0$，したがって $\alpha+1>0$ であるから

$$\frac{(\alpha-1)^2}{\alpha+1}=a$$

よって，$0<a<1$ より

$$0<\frac{(\alpha-1)^2}{\alpha+1}<1$$
$$0<(\alpha-1)^2<\alpha+1$$
$$\alpha\neq 1 \quad かつ \quad \alpha(\alpha-3)<0$$
$$0<\alpha<1,\ 1<\alpha<3$$

$\alpha<1$ より，求める範囲は

$$\boldsymbol{0<\alpha<1}$$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

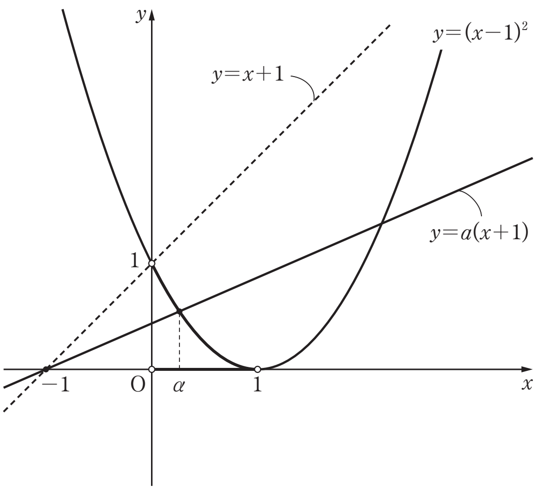
≪別解≫

①より

$$x^2-(a+2)x-a+1=0$$
$$x^2-2x+1=a(x+1)$$
$$(x-1)^2=a(x+1)$$

①の実数解は放物線 $y=(x-1)^2$ と直線 $y=a(x+1)$ のグラフの共有点の x 座標に一致する．(3)より直線の傾き a の範囲は $0<a<1$ であるので，グラフより α のとり得る値の範囲は

$$\mathbf{0<\alpha<1}$$



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第2講　2次方程式の解の配置

2　x の方程式 $x^2-ax+3-a=0$ について，次の各問いに答えよ．

(1)　正の解と負の解を1つずつもつような実数 a の値の範囲を求めよ．

(2)　2解がともに $\frac{1}{2}$ 以上となるような実数 a の値の範囲を求めよ．

【選択肢】

(1)　㋐　$a \geqq 3$　　㋑　$a>3$　　㋒　$a<3$

(2)　㋐　$2<a<\frac{13}{6}$　　㋑　$2<a \leqq \frac{13}{6}$　　㋒　$2 \leqq a \leqq \frac{13}{6}$

【答】　(1) ㋑　(2) ㋒

【解答】

(1)　$f(x)=x^2-ax+3-a$ とおくとき，$f(0)<0$ となればよいので

$f(0)=3-a<0$　ゆえに　$\boldsymbol{a>3}$

(2)　$f(x)=\left(x-\frac{a}{2}\right)^2-\frac{a^2}{4}-a+3$ より

$$-\frac{a^2}{4}-a+3 \leqq 0 \quad \text{かつ} \quad \frac{a}{2} \geqq \frac{1}{2} \quad \text{かつ} \quad f\left(\frac{1}{2}\right) \geqq 0$$

となればよい．$f\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{3}{2}a+\frac{13}{4}$ より

$$(a-2)(a+6) \geqq 0 \quad \text{かつ} \quad a \geqq 1 \quad \text{かつ} \quad a \leqq \frac{13}{6}$$

ゆえに　$\boldsymbol{2 \leqq a \leqq \frac{13}{6}}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。